

Captains' fights

January, 14th, 2016

1 First PF

What would be the size of a sphere containing all sea water on Earth ?

$$R_T = 6\,400 \text{ km} \implies S_T = 4\pi R_T^2 = 480 \cdot 10^6 \text{ km}^2 \quad (1)$$

We know that sea covers 70% of Earth's surface, and the typical depth of oceans is 1 km. Thus,

$$V_{\text{eau}} = 0.7 \times S_T \times 1 \text{ km} = 350 \cdot 10^6 \text{ km}^3 \quad (2)$$

Finally, if $V_T = \frac{4}{3}\pi R_{\text{eau}}^3 \approx 4R_{\text{eau}}^3$, we have

$$R_{\text{eau}} = \left(\frac{350}{4}\right)^{1/3} \cdot 10^2 \text{ km} = 5 \cdot 10^2 \text{ km} \quad (3)$$

Precise value found on internet : $2R = 1\,385 \text{ km}$, such that $\boxed{R = 695 \text{ km}}$.

2 Second PF

What fraction of France's surface is currently covered with cars ?

$$S_{\text{France}} = 500\,000 \text{ km}^2, S_{\text{voiture}} = 2 \times 4 \text{ m}^2$$

Et avec une estimation du nombre de voitures : 66 millions habitants \Rightarrow 30 millions de voitures.

$$\frac{S_{\text{voitures}}}{S_{\text{France}}} = \frac{30 \cdot 10^6 \times 8}{500 \cdot 10^9} = 0.05\%. \quad (4)$$

Avec les valeurs officielles : $S_{\text{France}} = 643\,801 \text{ km}^2$, nombre de voitures au 1er janvier 2015 (Wikipédia) 38 408 000, et les dimensions moyennes d'une voiture : $2 \text{ m} \times 5 \text{ m}$, on trouve

$$\boxed{\frac{S_{\text{voitures}}}{S_{\text{France}}} = 0.059\%}. \quad (5)$$

3 Third PF

*Le Verrier thought there were a planet between Mercury and the Sun he names Vulcain, whose size was similar to Mercury. What is the **minimal** distance from the Sun for this planet to exist ?*

L'idée est d'utiliser les forces de marées.

Il s'agit de comparer la gravité de Vulcain à la force de marée engendrée par le Soleil, qui est la différence entre l'accélération au centre de la planète et à la surface.

$$\frac{GM_S}{d^2} - \frac{GM_S}{(d + R_V)^2} \sim \frac{GM_V}{R_V^2} \quad (6)$$

Un DL en R_V/d donne :

$$d = \left(2 \frac{M_S}{M_V}\right)^{1/3} R \quad (7)$$

Vulcain est une planète similaire à Mercure, qui est légèrement plus petite que la Terre. Disons un facteur 5 sur les rayons, donc un facteur 100 sur les masses

$$d \approx \left(\frac{10^{30}}{10^{22}} \right)^{1/3} \times 1 \cdot 10^3 \text{ km} = 5 \cdot 10^5 \text{ km} \quad (8)$$

Avec les valeurs précises ($M_{\text{Mercure}} = 3,3 \cdot 10^{23} \text{ kg}$ et $R_{\text{Mercure}} = 2440 \text{ km}$ et $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$), on trouve

$$\boxed{d = 5,5 \cdot 10^5 \text{ km}} \quad (9)$$